



ESO

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Recorridos del caballo

2. El grano en el tablero de ajedrez

1. RECORRIDOS DEL CABALLO

Material: fotocopias/papel cuadriculado, tablero de ajedrez

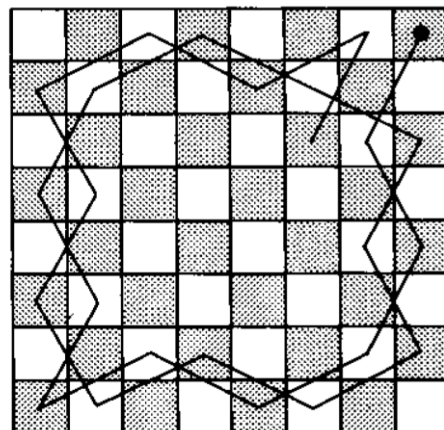
Introducción:

Un problema popular en el ajedrez recreativo y que ha interesado a los matemáticos durante la historia es el de recorrer todo el tablero de ajedrez utilizando el caballo.

Actividades propuestas:

- Ejemplo:** Abraham de Moivre encontró una solución para el tablero normal, de 8x8, que consistía en ir moviéndose alrededor del tablero siempre en la misma dirección, y manteniéndose lo más cerca posible del límite del tablero. En los diagramas siguientes se ve el principio de la solución de Moivre. En el primero los movimientos se indican con números en las casillas. En el segundo se ha indicado con una línea.

		22	11			24	1
21	10			23	12		
					25	2	13
9	20						
						14	3
19	8						
		6	17			4	15
7	18			5	16		



Intenta terminar la solución de Moivre.



2. No siempre es posible encontrar un recorrido. Inténtalo en un tablero **3x3**, en un tablero **4x4** y en un **5x5**.
3. **Las soluciones de Euler:** A veces se incluyen retos añadidos al problema de la ruta del caballo. El matemático Leonhard Euler encontró soluciones a dos de ellos.

Por una parte, encontró una solución al recorrido del caballo en la que la última casilla visitada está a un movimiento de la casilla inicial (es decir, se forma un bucle).

58	43	60	37	52	41	62	35
49	46	57	42	61	36	53	40
44	59	48	51	38	55	34	63
47	50	45	56	33	64	39	54
22	7	32	1	24	13	18	15
31	2	23	6	19	16	27	12
8	21	4	29	10	25	14	17
3	30	9	20	5	28	11	26

Intenta encontrar una solución parecida en un tablero 6x6. (En un tablero con un número impar de filas y columnas es imposible encontrar este tipo de solución).

Euler también encontró un recorrido del caballo tal que al numerar el tablero de ajedrez con los movimientos del caballo, el resultado es casi un cuadrado mágico. Aquí tienes la solución de Euler. ¿Dónde falla para ser un cuadrado mágico?

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11



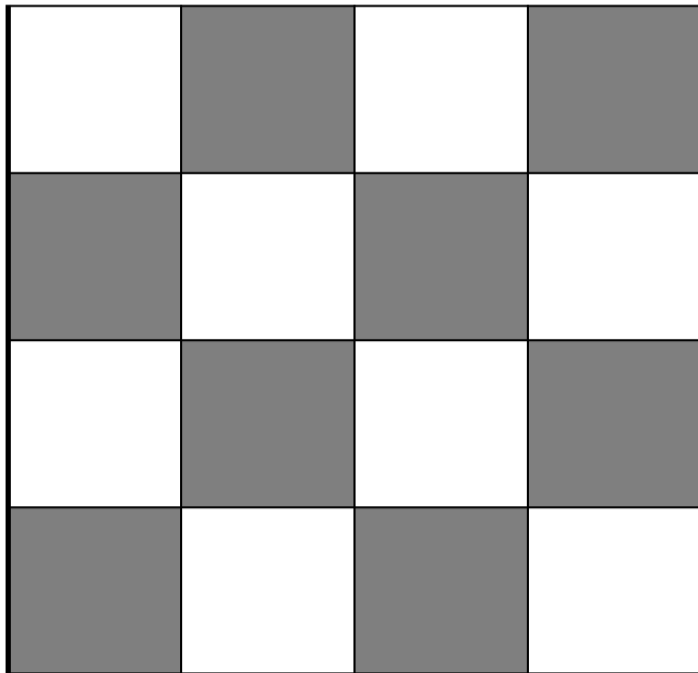
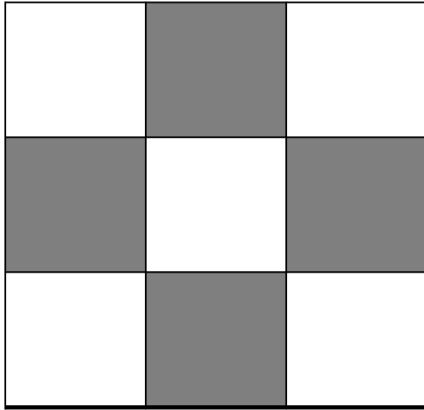
Fotocopiables:

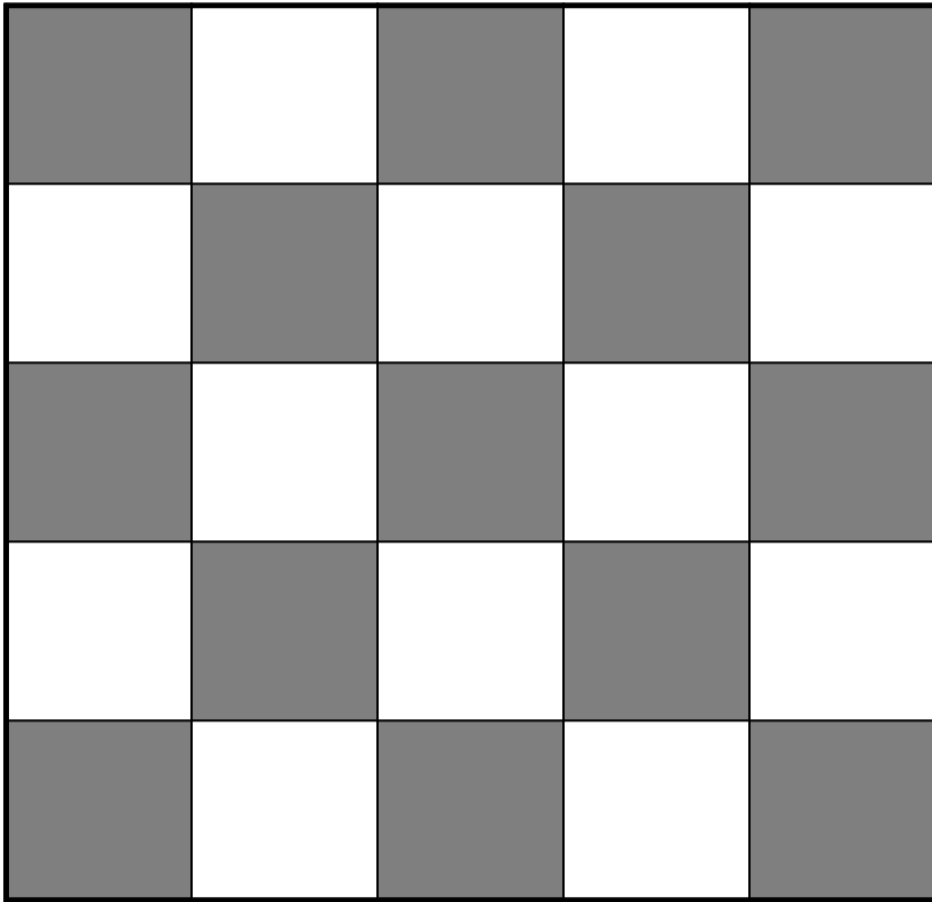
La solución de Moivre

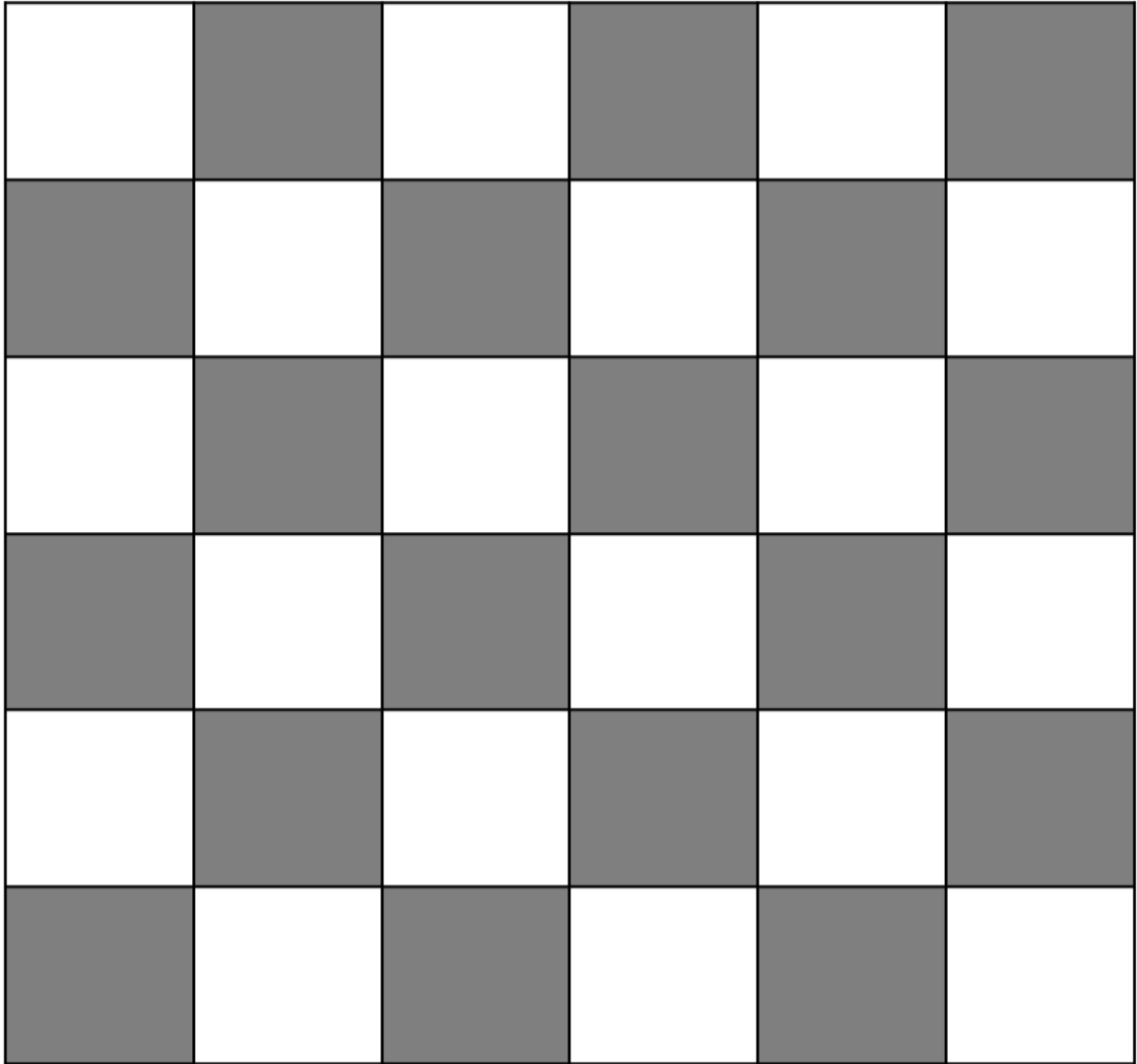
		22	11			24	1
21	10			23	12		
					25	2	13
9	20						
						14	3
19	8						
		6	17			4	15
7	18			5	16		



Tableros 3x3, 4x4, 5x5, 6x6:

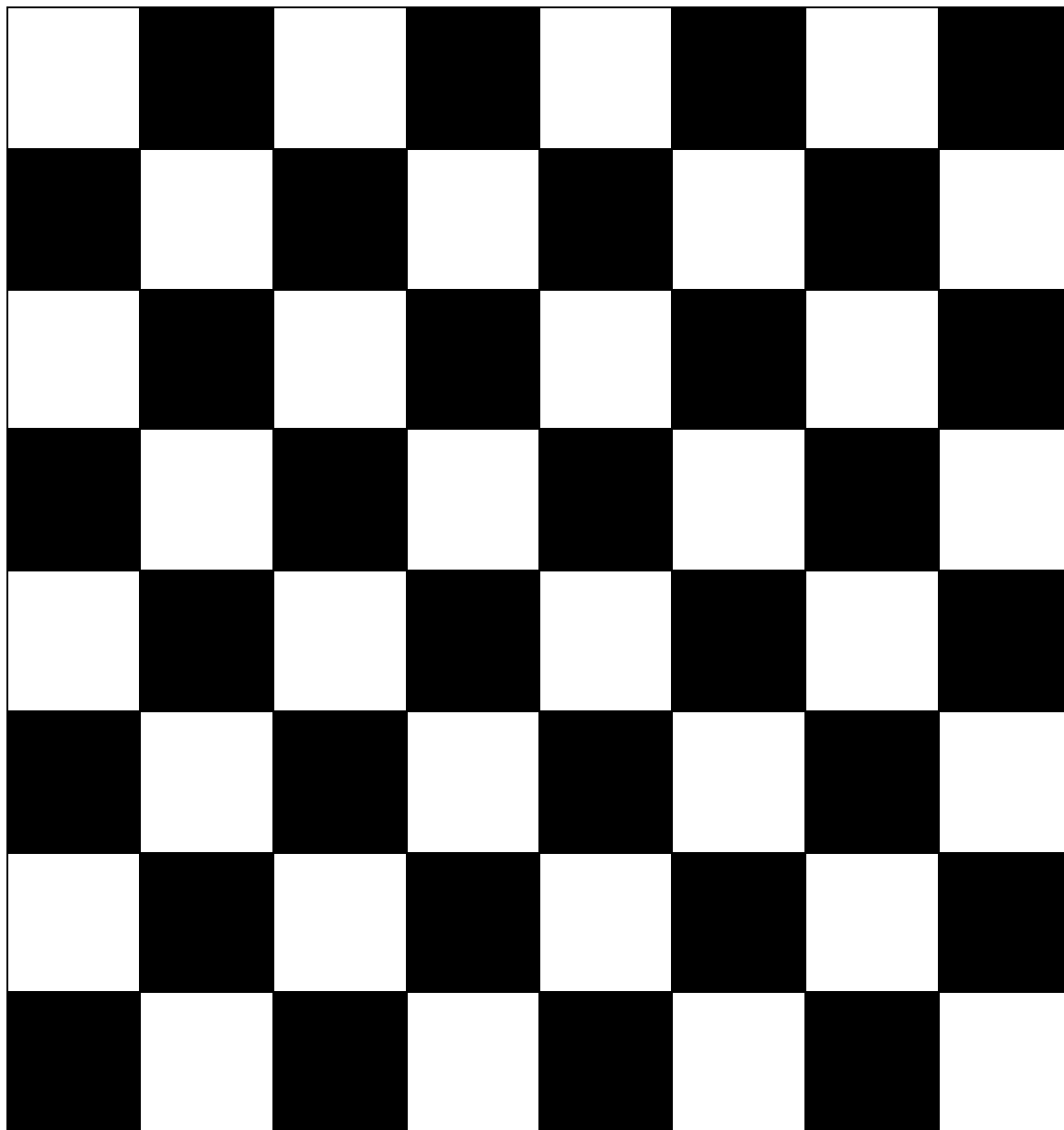






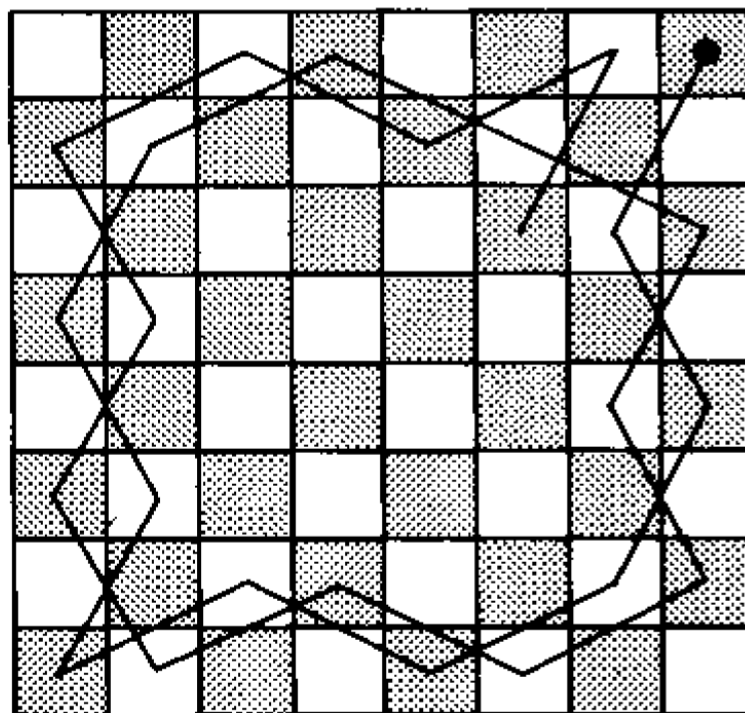


Tablero de ajedrez



Soluciones de Moivre:

34	49	22	11	36	39	24	1
21	10	35	50	23	12	37	40
48	33	62	57	38	25	2	13
9	20	51	54	63	60	41	26
32	47	58	61	56	53	14	3
19	8	55	52	59	64	27	42
46	31	6	17	44	29	4	15
7	18	45	30	5	16	43	28





Soluciones de Euler:

Solución cíclica al problema del caballo

58	43	60	37	52	41	62	35
49	46	57	42	61	36	53	40
44	59	48	51	38	55	34	63
47	50	45	56	33	64	39	54
22	7	32	1	24	13	18	15
31	2	23	6	19	16	27	12
8	21	4	29	10	25	14	17
3	30	9	20	5	28	11	26

Solución en cuadrado mágico al problema del caballo.

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Las filas y columnas suman el mismo total, pero las diagonales no.



Soluciones al problema del caballo en tableros pequeños.

En el tablero 3x3 no hay solución.

En el tablero 4x4 tampoco hay solución, pero se pueden visitar 15 de las 16 casillas.

En el 5x5, 6x6, 7x7 hay soluciones; aquí hay una de muestra.

6	9	2	15
1	12	5	8
10	7	14	3
13	4	11	

4 x 4 no solution

1	14	9	20	3
24	19	2	15	10
13	8	25	4	21
18	23	6	11	16
7	12	17	22	5

5 x 5 solution

11	22	33	44	13	24	3
32	43	12	23	2	45	14
21	10	39	34	37	4	25
42	31	36	1	40	15	46
9	20	41	38	35	26	5
30	49	18	7	28	47	16
19	8	29	48	17	6	27

7 x 7 solution

1	32	9	22	7	30
10	23	36	31	16	21
33	2	17	8	29	6
24	11	26	35	20	15
3	34	13	18	5	28
12	25	4	27	14	19

6 x 6 solution

Fuentes:

- Mathematical Activities: A resource book for teachers, de Brian Bolt. Cambridge University Press 1982



2. EL GRANO EN EL TABLERO DE AJEDREZ

Material: paquete de arroz, o fichas de parchís, calculadora, tablero de ajedrez

Actividad:

Las historias sobre el origen del juego del ajedrez varían, pero la mayoría contienen los mismos elementos sobre progresiones geométricas y una fábula de este tipo:

Cuando el creador del juego del ajedrez mostró su invento al rey de un lejano país de Oriente, este último estaba tan satisfecho que le dio al inventor el derecho de que él mismo decidiese cuál sería su recompensa por tal creación. El hombre, que era muy sabio, le pidió al rey algo que de buenas a primeras aparentaba ser bastante humilde: que por el primer casillero del tablero de ajedrez, él debía recibir un grano de trigo (o de arroz en algunas variantes del cuento), dos por el segundo, cuatro por el tercero, y así sucesivamente, duplicando la cantidad cada vez.

Después de contar la leyenda a los alumnos, se puede pedir que utilicen sus fichas, granos de arroz, etc, para contar hasta la casilla 5 o 6. A continuación se pueden plantear las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos granos de arroz encontraremos en la casilla número 10? ¿Y en la número 20? ¿Y en la última casilla?
2. ¿Cuántos granos de arroz deberíamos tener en total en el tablero al llegar a la última casilla? (Para ayudar a los alumnos a “descubrir” el patrón en los cálculos necesarios, se les puede proporcionar la tabla adjunta; alternativamente se les puede indicar que se trata de la suma de los términos de una progresión geométrica)
3. Sabiendo que un grano de arroz pesa aproximadamente 0,03 gramos, averigua el peso total del arroz en toneladas métricas. Compara con la producción mundial de arroz en 2020, que fue de unas $4,96 \times 10^5$ toneladas.
4. Sabiendo que un grano de arroz mide aproximadamente 5 mm de longitud, averigua que distancia podrías cubrir disponiendo todos los granos de arroz del problema del tablero, uno a continuación del otro. Compara con la distancia del Sol a Alfa Centauri (el sistema estelar más cercano al sistema solar).



FOTOCOPIABLES

Completa esta tabla con las potencias de 2.

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9
1	2	4							

Ahora calcula las sumas siguientes:

Suma	Respuesta
2^0	
$2^0 + 2^1$	
$2^0 + 2^1 + 2^2$	
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$	
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4$	
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$	
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6$	
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7$	

Utiliza tus respuestas para deducir el resultado de la suma

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{63}$$



Tablero de ajedrez

